

Oldřich SUCHARDA¹

NUMERICKÁ ANALÝZA BETONOVÉ KONSTRUKCE S VÝPOČETNÍM MODELEM 1D A 2D

Abstract

Article deals with a comparison of different computational models. Computational models are 1D and 2D. The computational model is a concrete construction with continuous load. Geometric dimensions of construction are length 6,0 m, thickness 0,2 m and height from 0,1 to 6 m. There are being compared maximal displacements and stress. The finite element method is used for calculations.

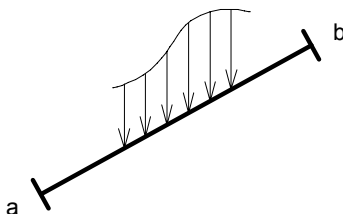
1 ÚVOD

Předložený příspěvek se zabývá numerickou analýzou betonových konstrukcí. V běžné stavební praxi se prutové konstrukce modelují nejčastěji výpočetním modelem 1D a u podrobných analýz výpočetním modelem 2D. Oba z uvedených přístupů mají své výhody a nevýhody. U řešení výpočetního modelu 1D se běžně využívá obecné deformační metody a silové metody. Deformační varianta metody konečných prvků je zase nejběžnější pro výpočetní model 2D. Příspěvek se zabývá srovnáním těchto přístupů, které se uplatní při tvorbě výpočetního modelu v nelineární analýze zahrnující použitelnost, spolehlivost a trvanlivost ve výpočetních simulacích skutečných betonových konstrukcí.

2 METODIKA

Výpočetní model 1D

Nejčastěji se při výpočtech pomoci jednorozměrného výpočetního modelu využívá řešení deformační metodou. V této metodě se volí za neznámé veličiny posunutí a pootočení. Základní tvar prutu (nosníku) zobrazuje obr. 1.



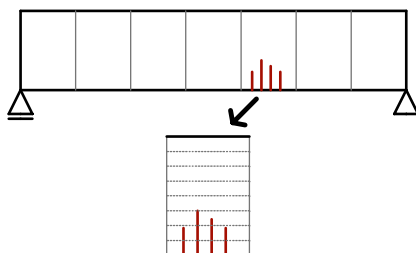
Obr. 1: Prutový prvek pro rovinné úlohy.

Prutový konečný prvek se v metodě konečných prvků nejběžněji odvozuje jako prostorový, kdy jeho aproximační funkce jsou:

$$\begin{aligned}u(x) &= a_1 + a_2x \\v(x) &= a_3 + a_4x + a_5x^2 + a_6x^3 \\w(x) &= a_7 + a_8x + a_9x^2 + a_{10}x^3 \\\vartheta(x) &= a_{11} + a_{12}x.\end{aligned}\tag{1}$$

¹ Ing. Oldřich Sucharda, Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Poděště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: +420 597 321 391, e-mail: oldrich.sucharda@vsb.cz.

Z tohoto konečného prvku lze vhodnými úpravami vytvořit prvek rovinného rámu. Při nelineární analýze výpočetního modelu 1D betonové konstrukce je možné postupovat několika metodami. Mezi nejrozšířenější přístupy patří vrstvičkový model. Prut se rozdělí do n konečných prvků. Velikost konečného prvku určuje délku porušované oblasti, protože tento model připouští pouze vznik svislých trhlin. Dále se pak jednotlivé konečné prvky rozdělí do m vrstviček. Tento přístup zobrazuje obr. 2.



Obr. 2: Konečně prvkový model a vrstvičkový model.

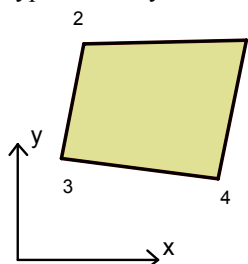
Uvedený vrstvičkový model využívá autor v článku [2]. Mezi výhody tohoto postupu patří, že výpočetní model není náročný na výpočetní výkon. Vzniklá soustava rovnic pro výpočet vektoru deformačních parametrů je nejčastěji v řádech 10^3 . Z toho také vyplývá menší náročnost na potřebný výpočetní výkon a dobu výpočtu. Popisovaný postup nelze bohužel jednoduše použít například na nosníky ze zářezem.

Výpočetní model 2D

Výpočetní model 2D lze použít pro případ rovinné napjatosti nebo rovinné deformace. Betonová konstrukce zatížená v rovině střednice, odpovídá rovinné napjatosti [1]. Toto řešení stěnové rovnice se aplikovalo do metody konečných prvků [4], která se využívá v praktických výpočtech. Pro uvedené výpočty byl zvolen izoparametrický konečný prvek se čtyřmi uzly [3]. Jeho aproximační (bázové) funkce jsou:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta), \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta). \end{aligned} \tag{2}$$

Na tomto konečném prvku jsou získávány výsledky napětí ve čtyřech integračních bodech. Uvedený konečný prvek byl použit ve výpočtech v systému ANSYS [5].



Obr. 3: Izoparametrický konečný prvek.

Pro nelineární analýzu výpočetního modelu 2D je možné využít řady postupů. Řešená soustava rovnic v důsledku podrobnosti výpočetního modelu může v běžných úlohách narůst až k řádům 10^6 . Výpočetní výkon a doba řešení je už těchto úloh nezanedbatelná. Při nelineárním řešení rovinných úloh se nejčastěji využívá kritérií plasticity dle von Mises, Chen-Chen, Kupfer, kritérium porušení CEB-FIB Model Code 90 a další.

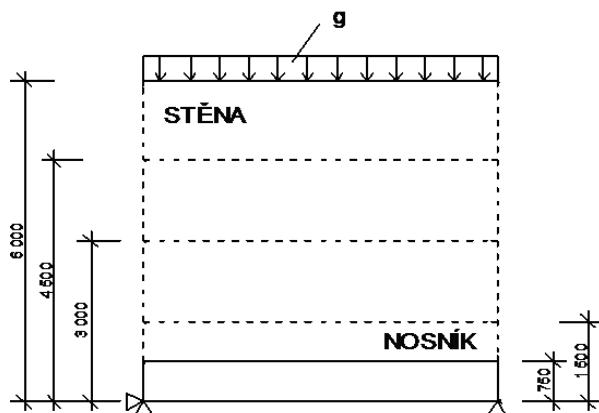
4 VÝSLEDKY ŘEŠENÍ

Popsané výpočty byly prováděny na konstrukci o rozpětí 6 m a tloušťce 0,2 m. Zvolené výšky konstrukce jsou 0,1 m, 0,25 m, 0,5 m, 0,75 m, 1,5 m, 3,0 m, 4,5 m a 6,0 m. Ve výpočtu je zvolen materiálový model betonu uvedený v tabulce 1. Svými vlastnostmi odpovídá betonu C20/25 s modulem $E_c = 30$ GPa.

Tabulka 1: Materiálový model betonu.

E	=	30,0	GPa
ν	=	0,2	
F_{tah}	=	2,2	MPa
F_{tlak}	=	25,0	MPa

Konstrukce je zatížena spojitým zatížením $g = 20$ kN/m po celé délce. Konstrukce je uložena na krajích na neposuvných podporách. Schéma konstrukce znázorňuje obr. 4. V úvodní části analýzy jsou zpracovány výsledky pro výpočetní model 1D. Hodnocená kritéria výpočetního modelu 1D jsou maximální napětí σ_x , posunutí $w_{y,max}$ a maximální smykové napětí τ_{xy} . Přehled vypočtených hodnot pro klasický nosník výšky od 0,1 m do 6,0 m shrnuje tabulka 2. Hodnoty napětí σ_x jsou uprostřed rozpětí konstrukce u dolních vláken (v místě největšího průhybu). Hodnota maximálního smykového napětí je vztažena k celé konstrukci.



Obr. 4: Schéma konstrukce.

Tabulka 2: Výpočetní model 1D.

h	[m]	0,10	0,25	0,50	0,75	1,00
σ_x	[MPa]	270,00	43,20	10,80	4,80	2,70
$w_{y,max}$	[m]	6,75E-01	4,32E-02	5,40E-03	1,60E-03	6,75E-04
Max τ_{xy}	[MPa]	4,50	1,80	0,90	0,60	0,45

h	[m]	1,50	3,00	4,50	6,00
σ_x	[MPa]	1,200	0,300	0,133	0,075
$w_{y,max}$	[m]	2,00E-04	2,50E-05	7,41E-06	3,13E-06
Max τ_{xy}	[MPa]	0,300	0,150	0,100	0,075

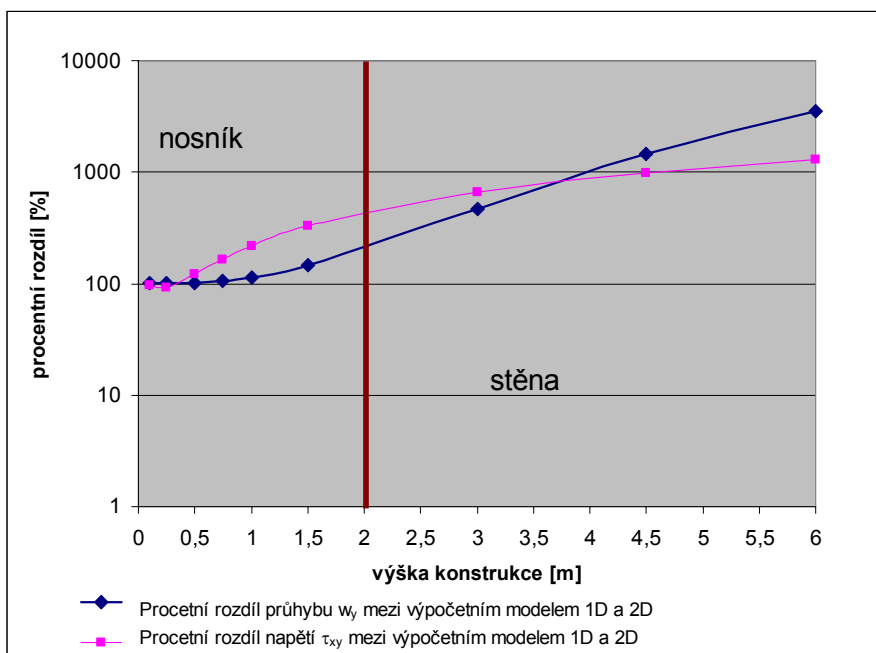
Dále jsou zpracovány výpočetní modely 2D konstrukce ve výpočetním systému ANSYS [5]. Velikost konečného prvku je ve všech výpočetních modelech 2D 0,1 m x 0,05 m. Do výsledku jsou také zahrnuty celkový průhyb konstrukce (včetně horizontálního posunutí), napětí σ_y v průřezu uprostřed rozpětí, maximální globální napětí σ_x a oblast porušení konstrukce tahem.

Tabulka 3: Výpočetní model 2D.

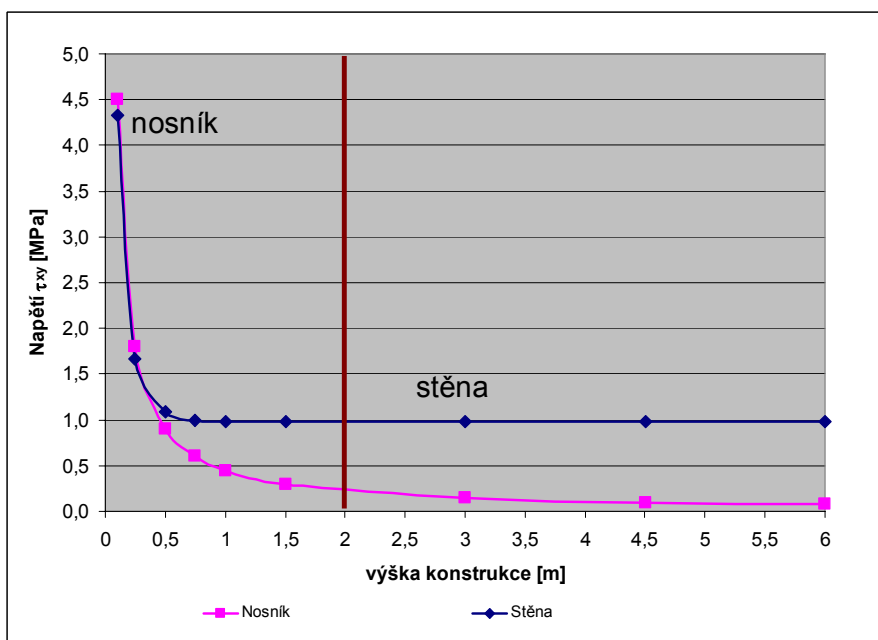
H	[m]	0,10	0,25	0,50	0,75	1,00
σ_x	[MPa]	270,00	43,20	10,80	4,82	2,72
σ_y	[MPa]	-0,081	-0,092	-0,097	-0,099	-0,099
w_{max}	[m]	6,75E-01	4,35E-02	5,57E-03	1,74E-03	7,99E-04
$w_{y,max}$	[m]	6,75E-01	4,34E-02	5,52E-03	1,70E-03	7,71E-04
max τ_{xy}	[MPa]	4,33	1,66	1,09	1,00	0,98
max σ_{xy}	[MPa]	270,00	43,20	10,80	4,82	2,99
porušení	-	uprostřed	uprostřed	uprostřed	uprostřed	u podpory*

h	[m]	1,50	3,00	4,50	6,00
σ_x	[MPa]	1,220	0,331	0,216	0,201
σ_y	[MPa]	-0,097	-0,100	-0,100	-0,100
w_{max}	[m]	3,15E-04	1,38E-04	1,25E-04	1,26E-04
$w_{y,max}$	[m]	2,91E-04	1,16E-04	1,09E-04	1,11E-04
max τ_{xy}	[MPa]	0,984	0,984	0,984	0,984
max σ_{xy}	[MPa]	2,99	2,99	2,99	2,99
porušení	-	u podpory*	u podpory	u podpory	U podpory

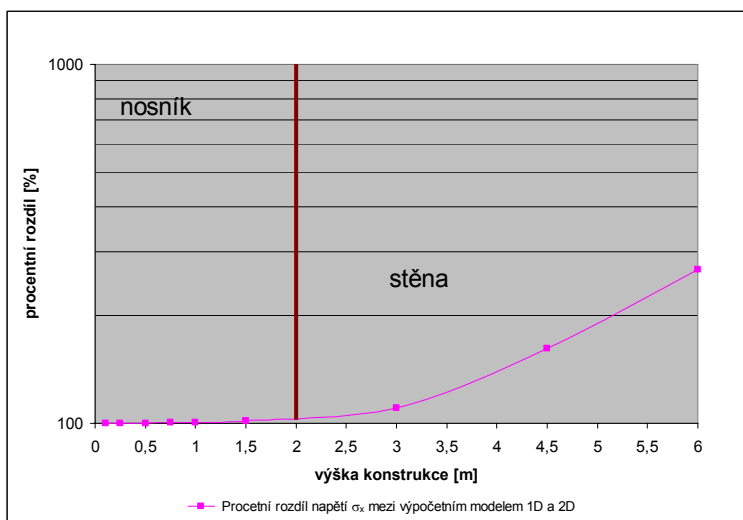
Výsledné srovnání výpočetního modelu 1D a 2D dokumentují uvedené obrázky 5 až 7. Obr. 5. zobrazuje procentní rozdíl průhybu w_y a smykového napětí τ_{xy} . Při rozboru výsledku výpočetního modelu 2D bylo zjištěno, že oblast porušení tahem je už pro konstrukci vysokou 1,0 m v oblasti u podpor. Toto způsobuje značná koncentrace napětí. Z těchto důvodů se ověřil také upravený výpočetní model. U podpor se přidala další vertikální vazba. U těchto upravených modelů výšky 1,0 m a 1,5 m se oblast maximálních tahových napětí opět vrátila do střední části rozpětí konstrukce a také klesla velikost maximálních smykových napětí.



Obr. 5: Srovnání procentního rozdílu průhybu w_y a smykového napětí τ_{xy} .



Obr. 6: Srovnání smykového napětí τ_{xy} pro nosník a stěnu



Obr. 7: Srovnání procentního rozdílu napětí σ_x .

5 ZÁVĚR

Uvedené výsledky, ukazují, že v případech, kdy je potřeba jednoduché a rychlé nelineární analýzy konstrukce, je vhodné použít 1D výpočetní model. Řešené soustavy rovnic jsou realitně malé a časová náročnost není velká. Jedním z limitních faktorů tohoto přístupu je omezená možnost modelování detailů. Druhým omezením je výška konstrukce. Uvedené výsledky ukazují, že tento výpočetní model 1D není vhodný pro nosníky vyšší než 2 m. Tato výška je také formální hranicí mezi stěnou a nosníkem dle EC2 pro tuto betonovou konstrukci, což je ve shodě s dosaženými výsledky. Použití výpočetních modelů 2D je vhodné u podrobných nelineárních analýz. Výpočetní model 2D se může použít pro nosníky i stěny. Při použití výpočetního modelu 2D je nutné zohlednit omezení metody konečných prvků. Tyto výpočetní modely 2D jsou například velmi citlivé na koncentrace napětí v blízkosti podpor (zvláště u bodových podpor).

PODĚKOVÁNÍ

Tento výsledek byl získán za finančního přispění MŠMT ČR, projekt 1M0579, v rámci činnosti výzkumného centra CIDEAS. (This outcome has been achieved with the financial support of the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic, project No. 1M0579, within activities of the CIDEAS research centre.)

LITERATURA

- [1] SUCHARDA, O. Numerická analýza 2D modelu betonové stěny, In. *Modelování v mechanice 2008*. Mezinárodní konference. Ostrava, 2008. pp. 51-52. ISBN 978-80-248-1705-7.
- [2] SUCHARDA, O. Nelineární výpočet betonového nosníku, In. *Juniorstav 2008*. Mezinárodní konference. Brno, 2008. pp. 233. ISBN 978-80-86433-45-5.
- [3] ZIENKIEWICZ, O. C. The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill. 1971.
- [4] KOLÁŘ, V. Metoda konečných prvků, Skriptum, Praha: SNTL. 1971.
- [5] RELEASE 11 DOCUMENTATION FOR ANSYS, SAS IP, INC., 2007

Oponentní posudek vypracoval: Doc. Ing. Jiří Brožovský, CSc., VUT v Brně